

Ce cahier a été rédigé par Mylène Picotte et Josiane Richard

2019

Table des matières

NOTES DE COURS	4
Section 1.1 Les variables et les expressions algébriques	5
Vocabulaire	5
Variable	5
Exposant	5
Expression algébrique.....	6
Terme.....	6
Coefficient	7
Terme constant	8
Nom des expressions algébriques	8
Degré d'un monôme	9
Termes semblables.....	9
Section 1.4 La valeur d'une expression algébrique	10
La valeur numérique d'une expression.....	10
Section 1.2 L'addition et la soustraction d'expressions algébriques	11
La réduction d'expressions algébriques (addition et soustraction).....	11
Section 1.3 La multiplication et la division d'expressions algébriques	13
La réduction d'expressions algébriques (multiplication et division)	13
La multiplication.....	13
Expressions algébriques avec parenthèses.....	14
La division.....	17
Expressions algébriques avec parenthèses.....	17
Section 3.3 La résolution d'une équation à une variable et validation	19
La racine carrée.....	19
La résolution d'équations.....	20
Résolution d'une équation algébrique	20
Conventions d'écriture en algèbre	22
EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES	23
Section 1.1.....	24
Vocabulaire	24
Section 1.4.....	29

Valeur numérique d'une expression algébrique	29
Section 1.2.....	35
Additions et soustractions algébriques.....	35
Réduction d'expressions algébriques – Fractions	39
Section 1.3.....	42
La distributivité (la suppression de parenthèses).....	42
Multiplication algébrique	45
Division algébrique.....	49
Méli-mélo	53
Section 3.3.....	57
La racine carrée.....	57
La résolution d'équations algébriques	58
NOTES DE COURS	66
Section 2.2: Les rapports, les taux et les proportions.....	67
Rapport.....	67
Taux	69
Taux unitaire	70
Proportion	72
Section 2.4 Les pourcentages	76
Les pourcentages (%).....	76
Le calcul du nombre correspondant à un certain pourcentage.....	76
Le calcul du nombre correspondant à « cent pour cent »	77
EXERCICES SUPPLÉMENTAIRES	78
Les rapports, les taux et les proportions	79
Les pourcentages	87

Chapitre 1

Les expressions algébriques

NOTES DE COURS



Section 1.1 Les variables et les expressions algébriques

(Cahier Point de mire pages 13 à 19)

Vocabulaire

Variable

Une variable est un symbole, généralement une lettre, qui remplace un nombre inconnu.

Exposant

L'exposant indique le nombre de fois qu'on multiplie une expression par elle-même

Lorsqu'il n'y a pas d'exposant, il est sous-entendu qu'il s'agit de l'exposant 1.

Quelles sont les variables dans les expressions suivantes ?

- a) $5y^2$ y
- b) $8ab^3 + c$ a, b et c
- c) $\frac{xyz}{2}$ x, y et z

Quels sont les exposants dans les expressions suivantes ?

- a) 7^3 3
- b) $(-3)^4$ 4
- c) $-x^2y^4$ 2 et 4
- d) $-4ab^3c^2$ 1, 1, 3 et 2
- e) $9x$ 1 et 1

Expression algébrique

Une expression algébrique est soit un terme, soit la somme de plusieurs termes.

Terme

Il est composé d'un nombre seul ou d'une variable seule ou d'un produit de nombre et de variables.

Pour exprimer le **produit d'un nombre et d'une ou plusieurs variables**, on élimine le symbole de la multiplication.

- $3 \times b$ s'écrit $3b$.
- $-4 \times a \times b$ s'écrit $-4ab$.

Lorsque le **nombre** qui multiplie la ou les variables est **1**, on ne l'écrit pas, car 1 est l'élément neutre de la multiplication.

- $1y$ s'écrit y .
- $-1z$ s'écrit $-z$.

****Attention***
lorsqu'on écrit les termes d'une expression algébrique il faut toujours inclure le **SIGNE** (positif ou négatif?)

Exemples :

- $6gh - h^2$ contient 2 termes.

Les termes sont : $6gh$ et $-h^2$

- $5a + 6b + 4c$ contient 3 termes.

Les termes sont : $5a$, $6b$ et $4c$

- $6x + 7xy - 7y - 5$ contient 4 termes.

Les termes sont : $6x$, $7xy$, $-7y$ et -5

- $12c^2 - 4cb^3 + abc + 6$ contient 4 termes.

Les termes sont : $12c^2$, $-4cb^3$, abc et 6

- $-\frac{1}{2}m$ contient 1 terme.

Le terme est : $-\frac{1}{2}m$

Coefficient

Le coefficient est le nombre qui précède la ou les variables

Remarque : S'il n'y a pas de coefficient, il est sous-entendu que c'est le coefficient 1 car 1 est l'élément neutre de la multiplication.

Quels sont les coefficients des termes suivants?

a) $3x$ 3

e) $\frac{4p^2q}{3}$ $\frac{4}{3}$

b) $5y^2$ 5

f) $-\frac{cd}{6}$ $-\frac{1}{6}$

c) $\frac{1}{2}ab^2$ $\frac{1}{2}$

g) m^2n 1

d) $-4,5y^3$ $-4,5$

h) $\frac{-2k}{7}$ $-\frac{2}{7}$

Quel est le coefficient du deuxième terme dans l'expression algébrique suivante?

$6a - 7b^2 + 1$ -7

Quel est le coefficient du troisième terme dans l'expression algébrique suivante?

$\frac{3}{2}ut - 5t + u$ 1

Terme constant

Un terme constant est un terme composé d'un nombre seul.
Donc, il n'y a pas de variable.

Exemples :

Expression algébrique	Nombre de termes	Terme constant
$-x + 3$	2 termes	3
$1 - 4y$	2 termes	1
$6y - 2 - 3a^2$	3 termes	-2
* $b^3 + ac$	2 termes	0
$\frac{-4}{3}d + \frac{5}{3}e - \frac{7}{2}$	3 termes	$-\frac{7}{2}$
* $u^3t + t^2 - u^4 + ut$	4 termes	0

* S'il n'y a PAS de terme constant, il est sous-entendu que c'est 0
* Car 0 est l'élément NEUTRE de l'addition

Nom des expressions algébriques

Expression algébrique composée d'un seul terme : monôme

- Exemples : $5ab$, $-7b$, $8x^3$

Expression algébrique composée de 2 termes : binôme

- Exemples : $6x^2 + 7y$, $7ab - 8a$

Expression algébrique composée de 3 termes : trinôme

- Exemples : $6x^2 + 5x + 12$, $-5ab + 6a - 9b$

Expression algébrique composée de plusieurs termes : polynôme

- un binôme est aussi polynôme
- un trinôme est aussi polynôme

Degré d'un monôme

On peut caractériser un monôme par son **degré**. Le degré d'un monôme correspond

à la somme des exposants affectés aux variables du monôme.

Détermine le degré de chacun des monômes ci-dessous.

- a) 7 degré 0 S'il n'y a pas de variable, il est sous-entendu que le degré est zéro.
- b) $-3x^1$ degré 1
- c) $8a^2$ degré 2
- d) $10x^2y^1$ degré 3

Termes semblables

Des termes sont dits semblables s'ils ont les mêmes variables affectées respectivement des mêmes exposants, peu importe les coefficients.

Indique si les termes suivants sont semblables. S'ils ne le sont pas, justifie ta réponse.

- a) $5c^2ba$ et $-8c^2ba$ oui
- b) $3a^3b^2$ et $4a^2b^3$ non, pas les mêmes exposants
- c) $-x^2$ et $2y^2$ non, pas les mêmes variables
- d) $\frac{4}{5}m^4n^2$ et $-\frac{9}{4}n^2m^4$ oui
- e) 12 et -21 oui
- f) $-\frac{1}{3}mp$ et $3mnp$ non, pas les mêmes variables
- g) $12c^3d^4e$ et $6ed^4c^3$ oui
- h) xyz et xyz^2 non, pas les mêmes exposants

Section 1.4 La valeur d'une expression algébrique

(Cahier Point de mire pages 35 à 38)

La valeur numérique d'une expression

La valeur numérique est la valeur que prend une expression algébrique si on remplace ses variables par des nombres.

Détermine la valeur numérique des expressions algébriques ci-dessous.

a) $5x + 4$, si $x = 8$

$$\begin{aligned} &= \underline{5(8)} + 4 \\ &= \underline{40} + 4 \\ &= 44 \end{aligned}$$

b) $3c^2 - 7d + 3c$, si $c = 5$ et $d = -3$

$$\begin{aligned} &= \underline{3(5)^2} - \underline{7(-3)} + \underline{3(5)} \\ &= \underline{3(25)} - \underline{7(-3)} + \underline{3(5)} \\ &= \underline{75} + \underline{21} + \underline{15} \\ &= 111 \end{aligned}$$

Section 1.2 L'addition et la soustraction d'expressions algébriques

(Cahier Point de Mire pages 20 à 26)

La réduction d'expressions algébriques (addition et soustraction)

On exprime généralement les expressions algébriques sous sa **forme réduite**. Pour réduire une expression algébrique, on peut additionner ou soustraire les termes semblables. Pour ce faire, on additionne les coefficients des termes semblables.

Il est possible de réduire l'expression algébrique suivante :

$$\begin{array}{l}
 \text{Je regroupe les termes semblables} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4x + 10 - 3x + 2 \\ 4x - 3x + 10 + 2 \\ 1x + 12 \\ x + 12 \end{array}} \right\} = 4x + 10 - 3x + 2 \\
 \text{J'additionne les coefficients et les termes constants} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 4x - 3x + 10 + 2 \\ 1x + 12 \\ x + 12 \end{array}} \right\} = 4x - 3x + 10 + 2 \\
 \phantom{\text{J'additionne les coefficients et les termes constants}} \phantom{\left. \vphantom{\begin{array}{l} 4x - 3x + 10 + 2 \\ 1x + 12 \\ x + 12 \end{array}} \right\}} = 1x + 12 \\
 \phantom{\text{J'additionne les coefficients et les termes constants}} \phantom{\left. \vphantom{\begin{array}{l} 4x - 3x + 10 + 2 \\ 1x + 12 \\ x + 12 \end{array}} \right\}} = x + 12 \quad (\text{le coefficient 1 est sous-entendu donc je l'enlève})
 \end{array}$$

$$\boxed{4x + 10 - 3x + 2} = \boxed{x + 12}$$

expression de départ = expression réduite

Exercices

Réduis les expressions algébriques suivantes en additionnant et en soustrayant les termes semblables.

a) $9b + 7b$

$= 16b$

e) $4a^2bc - 3ab^2c + 4abc^2 - 2bca^2$

$= 2a^2bc - 3ab^2c + 4abc^2$

b) $9 - 8x + 3 - 2x$

$= 12 - 10x$

f) $\frac{2}{3}d - \frac{4}{5}d$

$= -\frac{2}{15}d$

Soustraire les coefficients

$\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

Section 1.3 La multiplication et la division d'expressions algébriques

(Cahier Point de mire pages 27 à 34)

La réduction d'expressions algébriques (multiplication et division)

Pour réduire une expression algébrique, il est également possible d'utiliser les propriétés de la multiplication et de la division.

La multiplication

En utilisant les propriétés de la multiplication, on peut réduire une expression algébrique correspondant à un produit.

Réduis les expressions algébriques suivantes en effectuant les multiplications.

a) $6a \cdot 5 = \underline{5 \cdot 6 \cdot a} = \underline{30a}$

b) $7a \cdot 9b = \underline{7 \cdot 9 \cdot a \cdot b} = \underline{63ab}$

c) $6a \cdot 6a = \underline{6 \cdot 6 \cdot a \cdot a} = \underline{36a^2}$

d) $\frac{1}{2}cd \cdot \frac{1}{3}e = \underline{\frac{1 \cdot 1 \cdot c \cdot d \cdot e}{2 \cdot 3}} = \underline{\frac{1}{6}cde}$

e) $1,5y \cdot 2,5y = \underline{1,5 \cdot 2,5 \cdot y \cdot y} = \underline{y^2}$

f) $4x^2 \cdot 5 = \underline{4 \cdot 5 \cdot x \cdot x} = \underline{20x^2}$

g) $-6 \cdot 3x^2 = \underline{-6 \cdot 3 \cdot x \cdot x} = \underline{-18x^2}$

h)

i)

Pour éviter de mélanger la variable x et le symbole de la multiplication \times , on remplace le symbole de la multiplication par un point « \cdot ».

Expressions algébriques avec parenthèses

Pour éliminer les parenthèses, il faut utiliser la

distributivité de la multiplication sur l'addition.

Élimine les parenthèses dans chacune des expressions algébriques ci-dessous.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 1(x+5) \\ &= 1 \cdot x + 1 \cdot 5 \\ &= x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & -(2y+2) \\ &= -1(2y+2) \\ &= -1 \cdot 2y + -1 \cdot 2 \\ &= -2y - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & -(-a-6) \\ &= -1(-a-6) \\ &= -1 \cdot -a + -1 \cdot -6 \\ &= a + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & 8(x-5) \\ &= 8 \cdot x + 8 \cdot -5 \\ &= 8x + -40 \\ &= 8x - 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & -10(2x-9) \\ &= -10 \cdot 2x + -10 \cdot -9 \\ &= -20x + 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & -\frac{3}{4}(4x-16) \\ &= -\frac{3}{4} \cdot 4x + -\frac{3}{4} \cdot -16 \\ &= -3x + 12 \end{aligned}$$

Remarque 1

S'il n'y a **rien** devant la parenthèse, on suppose que c'est le nombre 1 qui se distribue dans la parenthèse.

Remarque 2

S'il y a le **signe négatif** – devant la parenthèse, on suppose que c'est le nombre -1 qui se distribue dans la parenthèse.

On constatera alors que tous les signes à l'intérieur de la parenthèse changent.

Remarque 3

S'il y a un **nombre** devant la parenthèse, ce nombre se distribue dans la parenthèse.

En d'autres mots, le nombre multiplie chacun des termes dans la parenthèse.

Réduis chacune des expressions algébriques suivantes.

$$a) (3x - 4) + 2x - 8$$

$$= 3x - 4 + 2x - 8$$

$$5x - 12$$

$$b) (3x - 9) + (2x + 5) + (x - 2)$$

$$= 3x - 9 + 2x + 5 + x - 2$$

$$6x - 6$$

$$c) (x - 5) - (-2x + 4)$$

$$= x - 5 + 2x - 4$$

$$3x - 9$$

$$d) 5(2x - 3) - 2(x - 4)$$

$$= 10x - 15 - 2x + 8$$

$$8x - 7$$

$$e) (x + 3y) + (2y - x)$$

$$= x + 3y + 2y - x$$

$$5y$$

$$f) (-x + 4y) + 2(-3y + 2x - 4)$$

$$= -x + 4y - 6y + 4x - 8$$

$$\underline{3x - 2y - 8}$$

$$g) (3x - 2xy) - (2xy + 2x - 4) + 12$$

$$= 3x - 2xy - 2xy - 2x + 4 + 12$$

$$\underline{x - 4xy + 16}$$

$$h) (5x - 4) - (-2x - 5)$$

$$= 5x - 4 + 2x + 5$$

$$\underline{7x + 1}$$

$$i) -(2x - 4) + (5 - 3y) - 2(2x - 3y)$$

$$= -2x + 4 + 5 - 3y - 4x + 6y$$

$$\underline{-6x + 3y + 9}$$

$$j) 4(3x - 2) - 3(5 + 3x) - 5x - 3$$

$$= 12x - 8 - 15 - 9x - 5x - 3$$

$$\underline{-2x - 26}$$

$$k) -3(3y - 4xy) + (7xy - 8) - (xy - y)$$

$$= -9y + 12xy + 7xy - 8 - xy + y$$

$$\underline{-8y + 18xy - 8}$$

La division

En utilisant les propriétés des fractions, on peut réduire une expression algébrique correspondant à un quotient.

Effectue les divisions suivantes.

$$a) -12x \div 3 = \frac{-12x}{3} = -4x$$

$$b) \frac{6x^2}{2} = 3x^2$$

$$c) \frac{-y}{5} = \frac{-y}{5}$$

$$d) 64y^2 \div 6 = \frac{64y^2}{6} = \frac{32y^2}{3}$$

Expressions algébriques avec parenthèses

Pour éliminer les parenthèses, il faut utiliser la distributivité de la division sur l'addition

Élimine les parenthèses dans chacune des expressions algébriques ci-dessous.

$$a) (4x^3 - 8) \div 3 = \frac{4x^3}{3} - \frac{8}{3}$$

$$\frac{4x^3}{3} - \frac{8}{3}$$

$$b) (3a - 9) \div 3 = \frac{3a}{3} - \frac{9}{3}$$

$$a - 3$$

$$c) \frac{8x-6}{4} = \frac{8x}{4} - \frac{6}{4}$$

$$\frac{2x - \frac{3}{2}}{\quad}$$

$$d) \frac{5x-15+6y}{5} = \frac{5x}{5} - \frac{15}{5} + \frac{6y}{5}$$

$$\frac{x - 3 + \frac{6y}{5}}{\quad}$$

$$e) \frac{2b-8c+4}{-4} = \frac{2b}{-4} - \frac{8c}{-4} + \frac{4}{-4}$$

$$\frac{-\frac{b}{2} + 2c - 1}{\quad}$$

Il est préférable d'écrire la réponse d'un quotient sous la forme d'une **fraction irréductible** plutôt qu'à l'aide d'un nombre arrondi.

Par exemple,

- Il est préférable d'écrire : $4x \div 6 = \frac{2x}{3}$ plutôt que $4x \div 6 = 0,67x$.

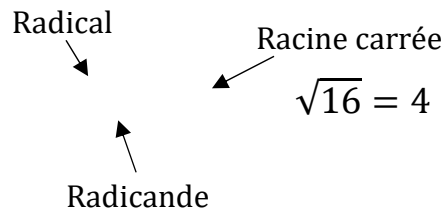
Section 3.3 La résolution d'une équation à une variable et validation

(Point de mire pages 126 à 136)

La racine carrée

L'extraction de la racine carrée correspond à l'opération inverse de celle qui consiste à élever un nombre au carré.

On sait que : $4 \times 4 = 4^2 = 16$



Trouve la valeur manquante dans chacun des cas ci-dessous.

a) $\sqrt{x} = 5$

$x = \underline{25}$

car $25 = 5^2$

b) $\sqrt{49} = x$

$x = \underline{7 \text{ ou } -7}$

car $49 = 7^2$ ou $(-7)^2$

c) $\sqrt{1,44} = x$

$x = \underline{1,2 \text{ ou } -1,2}$

car $1,44 = 1,2^2$ ou $(-1,2)^2$

d) $\sqrt{x} = 13$

$x = \underline{139}$

car $139 = 13^2$

e) $\sqrt{\frac{1}{4}} = x$

$x = \underline{\frac{1}{2} \text{ ou } -\frac{1}{2}}$

car $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$ ou $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

f) $\sqrt{-25} = x$

$x = \underline{\text{indéfini}}$

g) $\sqrt{x} = 0$

$x = \underline{0}$

h) $-\sqrt{36} = x$

$x = \underline{-6 \text{ ou } 6}$

La résolution d'équations

Équation

Une équation est une égalité (on doit y retrouver le **signe =**) dans laquelle il y a une variable



Une équation est comme une balance en équilibre.

le côté de gauche = le côté de droite

Résolution d'une équation algébrique

Résoudre une équation algébrique revient à

Validation

À la suite d'une résolution d'équation, il est toujours possible de valider sa réponse en remplaçant la variable par la valeur trouvée.

Résous les équations suivantes : (Détermine la valeur de l'inconnu)

a) $x - 6 = 15$

Validation :

b) $5x - 4 = 21$

Validation :

c) $9 + y = 20$

Validation :

d) $8x - 16 = 24 + 6x$

Validation :

e) $8a = 116$


Validation :

f) $16(b - 3) + 7(1 + b) = 4(b - 2) + 18$

Validation :

Conventions d'écriture en algèbre

- Le coefficient se place toujours devant la ou les variables.
- On ne doit pas écrire les coefficients 1 et -1. Ils sont sous-entendus.
- On ne doit pas écrire l'exposant d'une variable lorsque cet exposant est 1. Il est sous-entendu.
- On enlève le symbole de ^{multiplication} entre le coefficient et les variables qui forment le terme.
- Les variables doivent s'écrire avec des lettres minuscules et non en lettres majuscules.
- On doit placer les variables en ordre alphabétique à l'intérieur d'un même terme.



Réécris correctement les expressions algébriques suivantes en suivant les conventions d'écriture.

Écriture inadéquate	Écriture adéquate
a) $-1acb$	$-abc$
b) $8g^3h^1k^2$	$8g^3hk^2$
c) $1n - 1p$	$n-p$
d) $8 \times r \times s^2 \times q^1$	$8qrs^2$
e) $a \times 5bu$	$5abu$
f) $17DEF$	$17def$
g) $9f + 8hg - 1bc$	$9f + 8gh - bc$