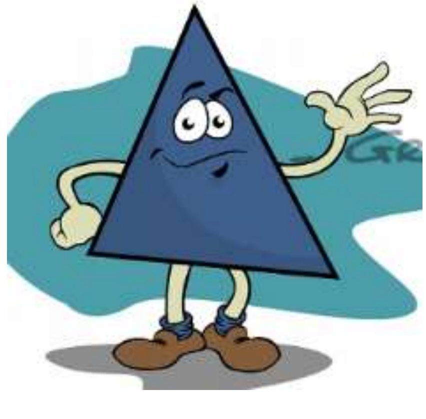
Chapitre 4

L'aire des figures planes

Exercices supplémentaires



Section 4.1

La conversiondes unités de mesure

1. Complète les égalités suivantes.

a) 32 km = 32000 m

$\times 10^3$

km	hm	dam	m			

b) 27 dm = 2,7 m

$\div 10$

		dm	m			

c) 4,9 m = 4900 mm

$\times 10^3$

			m	dm	cm	mm

d) 182,6 cm = 0,1826 dam

$\div 10^3$

		dam	m	dm	cm	

e) 41 mm^2 = 0,41 cm^2

$\div 100$

					cm^2	mm^2

f) 5,8 dam^2 = 58 000 dm^2

$\times 100^2$

		dam^2	m^2	dm^2		

g) 37,64 m² = 376 400 cm²

×100 ×100

			m²	dm²	cm²	

h) 7 hm² = 7000 000 dm²

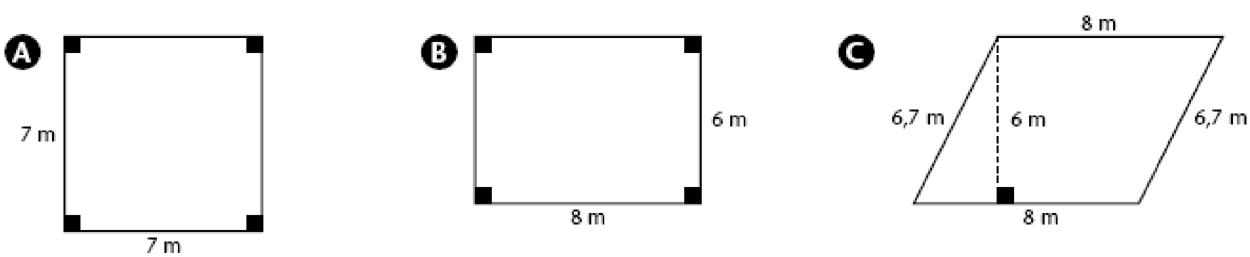
$\times 100^3$

	hm²	dam²	m²	dm²		

Section 4.2 à 4.4

Le périmètre et l'aire de rectangles, de carrés et des parallélogrammes

1. Parmi les polygones ci-dessous :



a) lequel a le plus grand périmètre ? C

b) lequel a la plus grande aire ? A

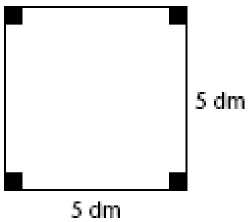
c) lesquels ont le même périmètre ? A et B

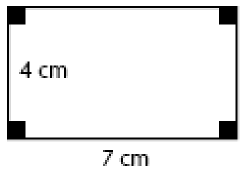
d) lesquels ont la même aire ? B et C

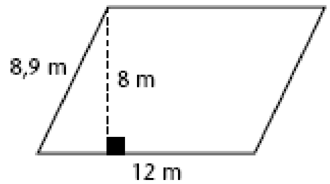
Calculs

P= $4 \cdot 7 = 28\text{ m}$	**P=** $2(8+6)$ $= 2(14)$ $= 28\text{ m}$	**P=** $2(8+6{,}7)$ $= 2(14{,}7)$ $= 29{,}4\text{ m}$
A= $7^2 = 49\text{ m}^2$	**A=** $8 \cdot 6$ $= 48\text{ m}^2$	**A=** $8 \cdot 6$ $= 48\text{ m}^2$

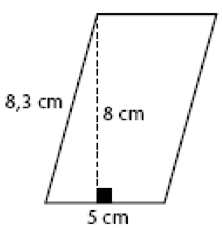
2. Calcule le périmètre P et l'aire A des quadrilatères ci-dessous :

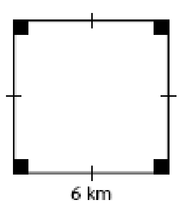


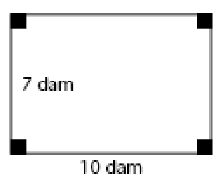


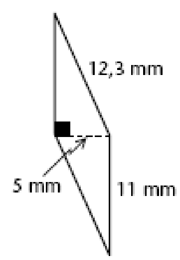


P= $4 \cdot 5$ $= 20$ dm	**P=** $2(4+7)$ $= 2(11)$ $= 22$ cm	**P=** $2(12+8{,}9)$ $= 2(20{,}9)$ $= 41{,}8$ m	**P=** $2(9+3)$ $= 2(12)$ $= 24$ hm
A= 5^2 $= 25\ dm^2$	**A=** $b \cdot h$ $= 7 \cdot 4$ $= 28\ cm^2$	**A=** $b \cdot h$ $= 12 \cdot 8$ $= 96\ m^2$	**A=** $b \cdot h$ $= 9 \cdot 3$ $= 27\ hm^2$





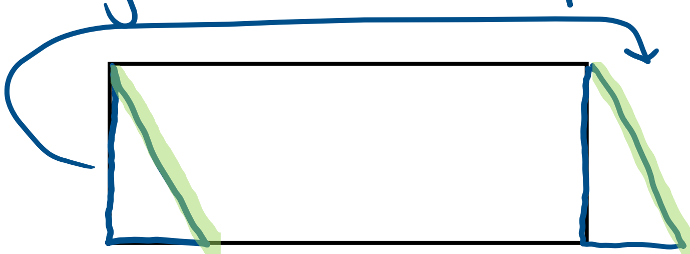




P= $2(5+8{,}3)$ $= 2(13{,}3)$ $= 26{,}6$ cm	**P=** $4 \cdot c$ $= 4 \cdot 6$ $= 24$ km	**P=** $2(10+7)$ $= 2(17)$ $= 34$ dam	**P=** $2(11+12{,}3)$ $= 2(23{,}3)$ $= 46{,}6$ mm
A= $b \cdot h$ $= 5 \cdot 8$ $= 40\ cm^2$	**A=** c^2 $= 6^2$ $= 36\ km^2$	**A=** $b \cdot h$ $= 10 \cdot 7$ $= 70\ dam^2$	**A=** $b \cdot h$ $= 11 \cdot 5$ $= 55\ mm^2$

3. On trace un rectangle et on le transforme ensuite en parallélogramme, en conservant la même base et la même hauteur. Que peux-tu dire à propos des aires et des périmètres de ces deux polygones?

le rectangle et le parallélogramme auront la même aire, mais le périmètre du parallélogramme sera plus grand



4. Une personne photographie les chutes du Niagara avec son appareil photo numérique. Elle désire afficher ses photos sur un tableau rectangulaire mesurant 26 cm sur 36 cm. Combien de photos rectangulaires mesurant 13 cm sur 18 cm pourra-t-elle afficher sur le tableau ?

① Aire du tableau

$A = b \cdot h$
$= 26 \cdot 36$
$= 936 \text{ cm}^2$

② Aire d'une photo

$A = b \cdot h$
$= 13 \cdot 18$
$= 234 \text{ cm}^2$

③ Nombre de photos dans le tableau

$936 \div 234 = 4$

4 photos.

5. On trace un motif sur le dossier d'une chaise. Ce motif est composé de quatre parallélogrammes isométriques. Quelle est l'aire de ce motif si la base et la hauteur de chaque parallélogramme mesurent respectivement 8 cm et 1,4 cm ?

Aire du motif

$$\begin{aligned} Aire &= 4 \cdot b \cdot h \\ &= 4 \cdot 8 \cdot 1{,}4 \\ &= 44{,}8 \end{aligned}$$

$44{,}8 \text{ cm}^2$

6. Un patio de forme carrée est constitué de 400 dalles carrées mesurant chacune 30 cm de côté. On désire remplacer ces dalles par des dalles rectangulaires dont les dimensions sont de 10 cm sur 20 cm. Combien de dalles rectangulaires faudra-t-il pour remplacer toutes les dalles carrées?

1 Aire du Patio

$$\begin{aligned} A &= 400 \cdot c^2 \\ &= 400 \cdot 30^2 \\ &= 400 \cdot 900 \\ &= 360\,000 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

2 Aire d'une dalle rectangle

$A = b \cdot h = 10 \cdot 20 = 200 \text{ cm}^2$

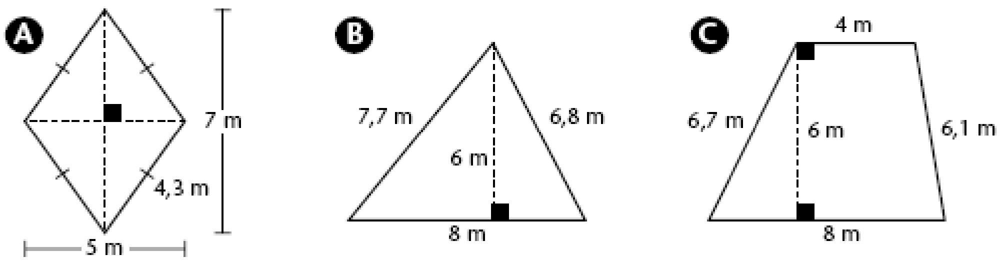
3 Nombre de dalles rectangle qui entre dans le patio

$360\,000 \div 200 = 1800$

Rép: 1800 dalles

L'aire de triangles, de losanges et de trapèzes

1.



a) Quelle figure a le plus grand périmètre ? B

b) Quelle figure a la plus grande aire ? C

c) Quelle figure a le plus petit périmètre ? A

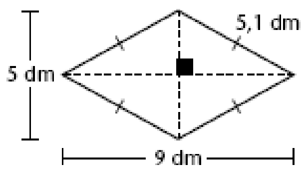
d) Quelle figure a la plus petite aire ? A

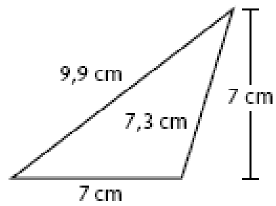
Calculs

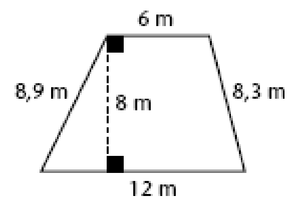
P= $4 \cdot 4{,}3$ $= 17{,}2\ m$	**P=** $8 + 6{,}8 + 7{,}7$ $= 22{,}5\ m$	**P=** $8+4+6{,}7+6{,}1$ $= 21{,}2\ m$
A= $\frac{D \cdot d}{2}$ $= \frac{5 \cdot 7}{2}$	**A=** $\frac{b \cdot h}{2}$ $= \frac{8 \cdot 6}{2}$	**A=** $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$ $= \frac{(8+4) \cdot 6}{2}$

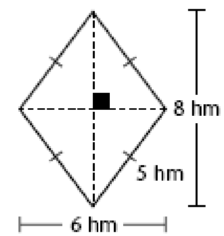
$= 17{,}5\ m^2$ $\quad = 24 m^2$ $\quad = 36\ m^2$

2. Calcule le périmètre *P* et l'aire *A* des polygones ci-dessous.

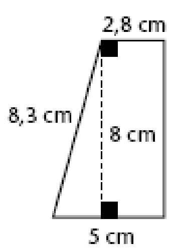


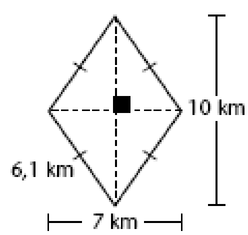


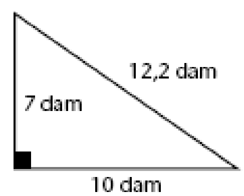


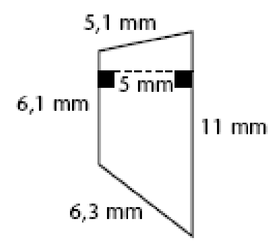


P= $4 \cdot 5{,}1$ $= 20{,}4$ dm	**P=** $7 + 7{,}3 + 9{,}9$ $= 24{,}2$ cm	**P=** $12 + 6 + 8{,}3 + 8{,}9$ $= 35{,}2$ m	**P=** $4 \cdot 5$ $= 20$ hm
A= $\frac{D \cdot d}{2}$ $= \frac{9 \cdot 5}{2}$ $= 22{,}5\ dm^2$	**A=** $\frac{b \cdot h}{2}$ $= \frac{7 \cdot 7}{2}$ $= 24{,}5\ cm^2$	**A=** $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$ $= \frac{(12+6) \cdot 8}{2}$ $= 72\ m^2$	**A=** $\frac{D \cdot d}{2}$ $= \frac{8 \cdot 6}{2}$ $= 24\ hm^2$









P= $5 + 2{,}8 + 8 + 8{,}3$ $= 24{,}1$ cm	**P=** $4 \cdot 6{,}1$ $= 24{,}4$ km	**P=** $7 + 10 + 12{,}2$ $= 29{,}2$ dam	**P=** $11 + 6{,}1 + 6{,}3 + 5{,}1$ $= 28{,}5$ mm
A= $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$ $= \frac{(5+2{,}8) \cdot 8}{2}$ $= 31{,}2\ cm^2$	**A=** $\frac{D \cdot d}{2}$ $= \frac{10 \cdot 7}{2}$ $= 35\ km^2$	**A=** $\frac{b \cdot h}{2}$ $= \frac{10 \cdot 7}{2}$ $= 35\ dam^2$	**A=** $\frac{(B+b) \cdot h}{2}$ $= \frac{(11+6{,}1) \cdot 5}{2}$ $= 42{,}75\ mm^2$

3. On forme un losange à l'aide de quatre triangles comme celui ci-contre. Quelle sera l'aire du losange ainsi formé?

Grande D = 10 cm

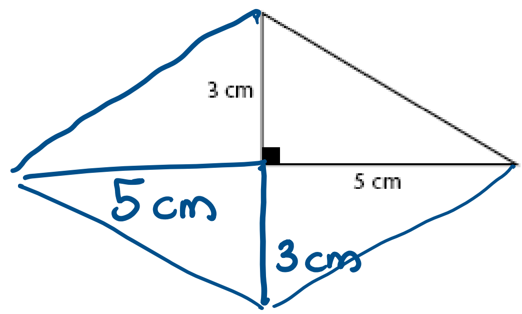
Petite d = 6 cm

Aire du losange

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$= \frac{10 \cdot 6}{2}$$

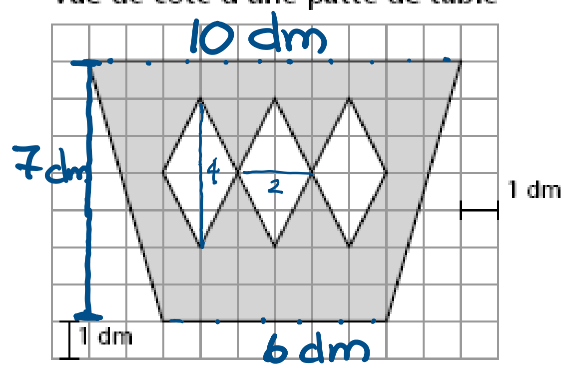
$$= 30 \text{ cm}^2$$



$A = 30 \text{ cm}^2$

4. Une table en bois est supportée par des pattes identiques à l'intérieur desquelles des losanges ont été découpés. L'illustration ci-contre montre le plan de l'une de ces pattes. Selon ce plan, quelle est la mesure de la surface ombrée?

Vue de côté d'une patte de table



① Aire du trapèze

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$= \frac{(10 + 6) \cdot 7}{2}$$

$$= 56 \text{ dm}^2$$

② Aire 3 losanges

$$A = 3 \cdot \frac{D \cdot d}{2}$$

$$= 3 \cdot \frac{4 \cdot 2}{2}$$

$$= 3 \cdot 4$$

$$= 12 \text{ dm}^2$$

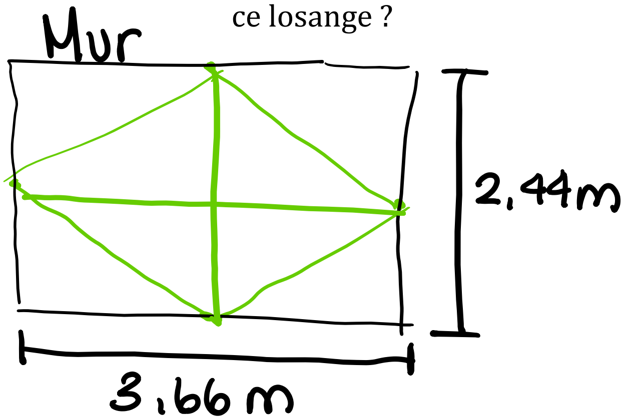
③ Aire region Grise

$$= A_{\text{Trapèze}} - A_{3 \text{ losanges}}$$

$$= 56 \text{ dm}^2 - 12 \text{ dm}^2$$

$$= 44 \text{ dm}^2$$

5. On veut peindre sur un mur rectangulaire de 2,44 m sur 3,66 m le plus grand losange possible dont les diagonales seront parallèles aux côtés du mur. Quelle sera l'aire de ce losange ?



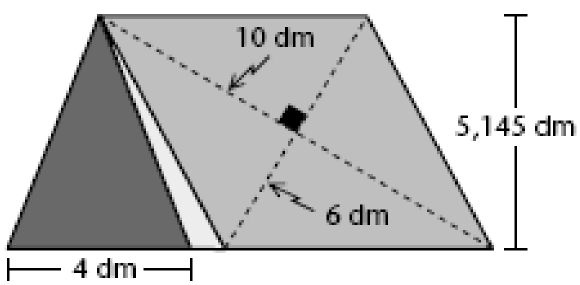
Aire losangle

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$= \frac{3{,}66 \cdot 2{,}44}{2}$$

$$\approx 4{,}47\ m^2$$

6. Un trapèze est formé de deux triangles et d'un losange, comme le montre l'illustration ci-contre. Sachant que l'aire du trapèze est de 45 dm^2, détermine la mesure de la grande base du trapèze.



La racine carrée et la résolution d'équations

1 Détermine la ou les valeurs de la variable x dans chacune des équations.

a) $x^2 = 96$ $x \approx$ 9,797959

b) $\sqrt{256} = x$ $x =$ 16

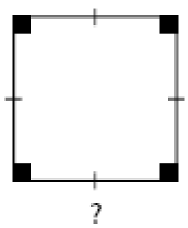
c) $\sqrt{x} = 12{,}3$ $x =$ 151,29

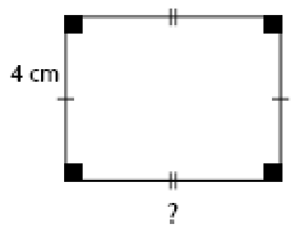
d) $-8^2 = x$ $x =$ −64

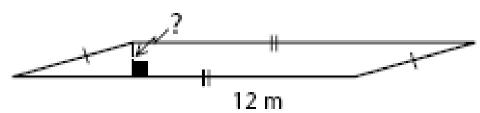
e) $\sqrt{x} = 1{,}5$ $x =$ 2,25

f) $(-8^2) = x$ $x =$ −64

2 Détermine la mesure manquante dans chaque figure.







a) Aire = 33,64 dm^2

$\sqrt{33{,}64} = c$

$5{,}8 = c$

b) Aire = 25 cm^2

$A = b \cdot h$

$\frac{25}{4} = \frac{b \cdot 4}{4}$

$6{,}25 = b$

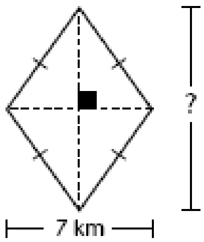
c) Aire = 3 m^2

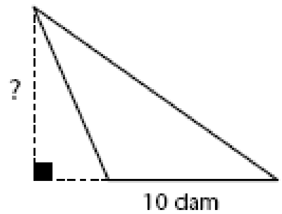
$A = b \cdot h$

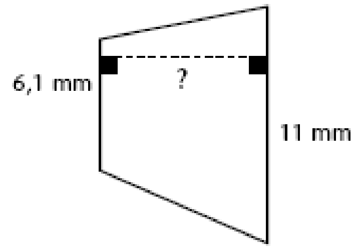
$\frac{3}{12} = \frac{12 \cdot h}{12}$

$0{,}25 = h$

a) 5,8 dm **b)** 6,25 cm **c)** 0,25 m







d) Aire = 28,91 km²

$A = \frac{D \cdot d}{2}$

$2 \cdot 28{,}91 = \frac{D \cdot 7}{2} \cdot 2$

$\frac{57{,}82}{7} = \frac{D \cdot 7}{7}$

$8{,}26 = D$

e) Aire = 41 dam²

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$2 \cdot 41 = \frac{10 \cdot h}{2} \cdot 2$

$\frac{82}{10} = \frac{10 \cdot h}{10}$

$8{,}2 = h$

f) Aire = 64,98 mm²

$A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

$2 \cdot 64{,}98 = \frac{(11+6{,}1) \cdot h}{2} \cdot 2$

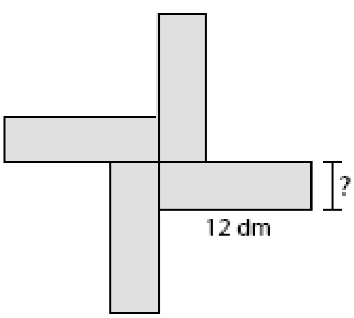
$129{,}96 = (11+6{,}1) \cdot h$

$\frac{129{,}96}{17{,}1} = \frac{17{,}1 \cdot h}{17{,}1}$

$7{,}6 = h$

d) 8,26 km **e)** 8,2 dam **f)** 7,6 mm

3. Le logo d'une entreprise est formé de quatre rectangles isométriques accolés les uns aux autres. Les rectangles ont une aire totale de 163,2 dm². Quelle est la mesure du plus petit côté d'un de ces rectangles ?



① Aire d'un seul rectangle

$163{,}2 \div 4 = 40{,}8 \text{ dm}^2$

② Mesure de la hauteur

$A = b \cdot h$

$\frac{40{,}8}{12} = \frac{12 \cdot h}{12}$

$3{,}4 = h$

Rép: 3,4 dm

4. Un carré et un rectangle ont la même aire. Sachant qu'un côté du carré mesure 12,4 cm et que la base du rectangle mesure 6,2 cm, détermine la hauteur du rectangle.

$$A_{carré} = A_{rectangle}$$
$$c^2 = b \cdot h$$
$$12{,}4^2 = 6{,}2 \cdot h$$
$$\frac{153{,}76}{6{,}2} = \frac{6{,}2 \cdot h}{6{,}2}$$
$$24{,}8 = h$$

24,8 cm

5. Isabelle veut peindre une partie du mur de sa chambre qui a été réparé. Il lui reste 250 mL de peinture. Quelle est la mesure d'un côté du plus grand carré qu'elle pourra peindre avec le reste de peinture si un litre couvre 11 m^2 ?

1 1 Litre = 1000 ml

Si 1000 ml = 11 m^2
alors 250 ml = x

$$x = \frac{250\,ml \cdot 11\,m^2}{1000\,ml}$$
$$x = 2{,}75\,m^2$$

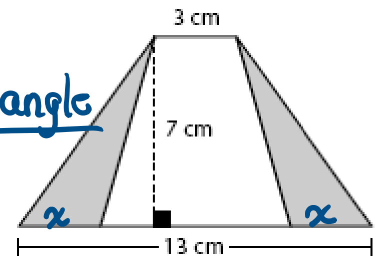
Elle peut peindre un carré dont l'aire est 2,75 m^2

2 Côté du carré ?

$$A = c^2$$
$$\sqrt{A} = c$$
$$\sqrt{2{,}75} = c$$
$$1{,}66 \approx c$$

Coté carre ≈ 1,66 m

6. Deux triangles isométriques occupent 3/8 de l'aire du trapèze ci-contre. Quelle est la mesure du plus petit côté des triangles ?



① Aire du trapèze

$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$

$= \frac{(13+3)\cdot 7}{2}$

$= 56\ cm^2$

② Aire des 2 triangles

$\frac{3}{8} \cdot 56 = 21\ cm^2$

③ Bases des 2 triangle

$A = \frac{b \cdot h}{2}$

$2 \cdot 21 = \frac{b \cdot 7}{2} \cdot 2$

$\frac{42}{7} = \frac{b \cdot 7}{7}$

$6 = \text{bases}$

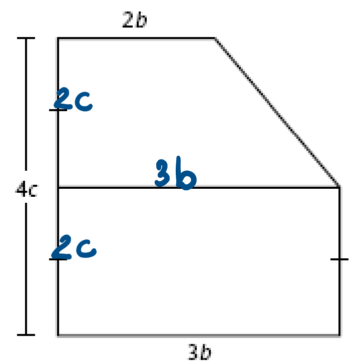
④ Si les 2 bases "x" mesurent 6 cm une seule base "x" mesure 3 cm

Rép: 3 cm

7. On construit un mur avec des petites briques. Le mur a une forme rectangulaire et couvre une superficie de 14,63 dm^2. La base du mur mesure 66,5 cm. Les briques mesurent 2 cm de hauteur sur 9,5 cm de largeur et sont disposées dans le sens de la largeur. Détermine le nombre de briques que compte ce mur.

Le monôme, la multiplication et la division algébriques

1. Le comptoir ci-contre est composé d'un rectangle et d'un trapèze. Écris l'expression algébrique représentant l'aire du comptoir.



Aire du comptoir

$= A_{trapèze} + A_{rectangle}$

$= \frac{(B+b)\cdot h}{2} + b\cdot h$

$= \frac{(3b+2b)\cdot 2c}{2} + 3b \cdot 2c$

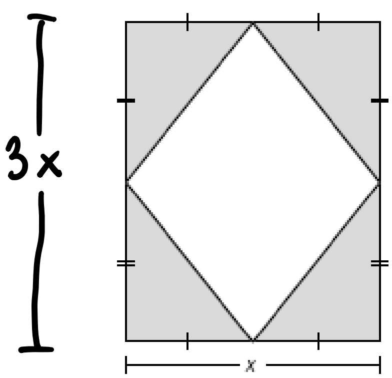
$= \frac{(5b)\,2c}{2} + 6bc$

$= \frac{10bc}{2} + 6bc$

$= 5bc + 6bc$

Expression réduite $= (11\,bc)$ unités carrées

2. Un losange est inscrit dans un rectangle dont la longueur est le triple de sa largeur. Donne l'expression algébrique représentant l'aire de la partie ombrée.



Aire Partie Ombrée

$= A_{rectangle} - A_{losange}$

$= b\cdot h - \frac{D\cdot d}{2}$

$= x\cdot 3x - \frac{x\cdot 3x}{2}$

$= 3x^2 - \frac{3x^2}{2}$

$= 3x^2 - 1{,}5x^2$

$= 1{,}5\,x^2$ unités carrées

3. On forme 3 piles de jetons. Chacune comporte un nombre de jetons qui correspond à l'expression algébrique $3x^2 + 4y$. Quelle expression algébrique représente le nombre total de jetons ?

$3(3x^2 + 4y)$

$9x^2 + 12y$ jetons!

4. On fabrique des cartes de vœux à l'aide d'un carton. L'aire du carton correspond à l'expression algébrique $32ab + 48a^2$.

a) Quelle expression algébrique correspond à l'aire de chaque carte si l'on prévoit découper 8 cartes de même dimension dans ce carton ?

$= \frac{32ab + 48a^2}{8}$

$= 4ab + 6a^2$

$(4ab + 6a^2)$ unités carrées

b) Si les cartes sont de forme rectangulaire et que la base de ces rectangles mesure 2 unités, à quelle expression algébrique correspond la hauteur de ces rectangles?

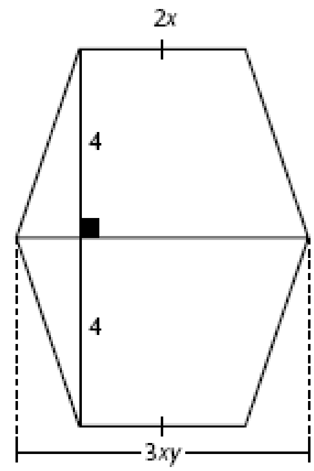
$A = b \cdot h$

$\frac{4ab + 6a^2}{2} = \frac{2 \cdot h}{2}$

$2ab + 3a^2 = h$

hauteur $= (2ab + 3a^2)$ unités

5. Une fabricante de mobiliers de salle à manger veut commander le tissu nécessaire pour recouvrir 250 chaises. Quelle expression algébrique représente la quantité totale de tissus nécessaire pour recouvrir ces chaises si le croquis ci-contre représente la pièce de tissu pour recouvrir une chaise ?



$= 250 \cdot 2 \cdot \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

$= 250 \cdot 2 \cdot \frac{(3xy + 2x) \cdot 4}{2}$

$= 250 \cdot 2 \cdot \frac{12xy + 8x}{2}$

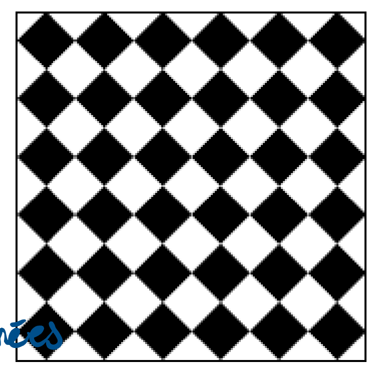
$= 250 \cdot 2 (6xy + 4x)$

$= 500(6xy + 4x)$

$= 3000xy + 2000x$

Rép : $3000xy + 2000x$

6. On fabrique un vitrail de forme carrée.



$12x$

a) Donne l'expression algébrique représentant l'aire du vitrail.

$A_{carré} = c^2 = (12x)^2 = 144x^2$ unités carrées

b) Quelles sont les mesures des diagonales des carrés blancs dans le vitrail ?

$\frac{12x}{6} = 2x$ (unités)

c) Quelle est l'aire d'un carré noir ?

$\frac{144x^2}{36} = 4x^2$ (unités carrées)